

127 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

CÁC PHƯƠNG TRÌNH LG TRONG BỘ ĐỀ THI TS VÀO ĐH VÀ CĐ

- $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$
 - $\log_3(\sin \frac{x}{2} - \sin x) + \log_{\frac{1}{3}}(\sin \frac{x}{2} + \cos 2x) = 0$
 - Tìm các giá trị $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ thỏa phương trình: $\frac{\sin 3x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \sin 2x + \cos 2x$
 - Cho pt: $(1 - a)\text{tg}^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3a = 0$
 - Giải pt khi $a = \frac{1}{2}$
 - Tìm tất cả các giá trị tham số a để pt đã cho có hơn một nghiệm $\in (0; \frac{\pi}{2})$
 - Giải pt: $2\cos x - |\sin x| = 1$
 - Giải và biện luận theo k pt: $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = k$
 - Giải pt: $\text{tg} x + \text{tg}^2 x + \text{tg}^3 x + \text{cot} x + \text{cot}^2 x + \text{cot}^3 x = 6$
 - $\cos^3 4x = \cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x$
 - Tìm nghiệm $x \in (-\frac{3\pi}{4}; \pi)$ của pt: $a^2 \sin x - a \sin^2 x - a^2 \cos x + a \cos^2 x = \cos x - \sin x$
 - Cho pt $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$
 - Giải pt khi $m = \frac{3}{2}$
 - Tìm tất cả các giá trị m để pt có nghiệm $\in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$
 - Xác định a để hai pt sau tương đương:
 $2\cos x \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$
 $4\cos^2 x - \cos 3x = a \cos x + (4 - a)(1 + \cos 2x)$
 - Giải bất phương trình: $4(x^3 - 2x + 1)(\sin x + 2\cos x) \geq 9|x^3 - 2x + 3|$
 - Xác định a để pt sau có nghiệm: $\cos^6 x + \sin^6 x = a|\sin 2x|$
 - Tìm min, max $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{2x+3}{2}$
 - Tìm nghiệm của pt $\sin((x+1)y) = \sin^2 xy + \sin^2(x-1)y$ biết rằng $(x+1)y, xy, (x-1)y$ là số đo các góc của một tam giác. Đề 149
- Giải: $(x+1)y + xy + (x-1)y = \pi \Leftrightarrow xy = \pi/3$
 $(x+1)y = xy + y = \pi/3 + y \Rightarrow 0 < \pi/3 + y < 2\pi/3$
- Suy ra: $-\pi/3 < y < \pi/3$

- $(x-1)y = xy - y = \pi/3 - y$
16. Giải pt $\sin^3 x + \cos^3 x = 2 - \sin^4 x$ Đề 150
17. Giải hệ pt: $\begin{cases} \sin x \cos y = 1/4 \\ 3 \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \end{cases}$ Đề 12
18. Giải hệ pt: $\begin{cases} \operatorname{tg} x + \cot x = 2 \sin(y + \pi/4) \\ \operatorname{tg} y + \cot y = 2 \sin(x - \pi/4) \end{cases}$ Đề 23
19. Cho pt $\frac{3}{\sin^2 x} + 3 \operatorname{tg}^2 x + m(\operatorname{tg} x + \cot x) - 1 = 0$
- a) Giải pt khi $m = 4$
- b) Tìm m để pt có nghiệm. Đề 13
20. $2 \cos^2 \frac{3x}{5} + 1 = 3 \cos \frac{4x}{5}$ Đề 15
21. Tìm các nghiệm $x \in (\frac{\pi}{2}; 3\pi)$ của pt $\sin(2x + \frac{5\pi}{2}) - 3 \cos(x - \frac{7\pi}{2}) = 1 + 2 \sin x$ Đề 16
22. $\sqrt{2}(2 \sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \cos(2x + \pi/4) - \sin(2x + \pi/4)$ Đề 17
23. $3 \cos x + 4 \sin x + \frac{6}{3 \cos x + 4 \sin x + 1} = 6$ Đề 18
24. $8 \sin^2 x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$ Đề 22
25. Giải hệ pt: $\begin{cases} \sin x + \cos x = \frac{1}{2} + \sin y - \cos y \\ 2 \sin 2x = \frac{3}{2} + \sin 2y \end{cases}$ Đề 32
26. Giải hệ pt: $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{2} \\ \cos x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$ Đề 33
27. Cho hpt: $\begin{cases} x - y = m \\ 2(\cos 2x + \cos 2y) - 1 - 4 \cos^2 m = 0 \end{cases}$ Tìm m để hệ có nghiệm. Tìm nghiệm đó. Đề 65
28. $\begin{cases} \operatorname{tg} y - \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1 \\ \cos 2y + \sqrt{3} \cos 2x = -1 \end{cases}$ Đề 75
29. Cho pt: $m \sin x + (m+1) \cos x = m / \cos x$
- a) gpt khi $m = 1/2$
- b) Giả sử m là giá trị làm cho pt có nghiệm. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm sao cho $x_1 + x_2 \neq \pi/2 + k\pi$. Hãy tính $\cos 2(x_1 + x_2)$ Đề 145
- *** Chú ý rằng: $\cos 2(x_1 + x_2) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2(x_1 + x_2)}{1 + \operatorname{tg}^2(x_1 + x_2)}$
30. $\sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x} + \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} = 3$ Đề 146

31. Cho pt : $\frac{\cos^6 x + \sin^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 2m \operatorname{tg} 2x$
 a) Giải pt khi $m = 1/8$
 b) Với giá trị nào của m thì pt có nghiệm Đề 147
32. $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos|x|}{1 - \sin|x|}$ Đề 133
33. $\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x = \sqrt{2}/4$ Đề 135
34. Tìm tổng tất cả các nghiệm $x \in [0; 40]$ của pt: $2\cos^2 x + \cotg^2 x = \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$ Đề 136
35. $2\sin(3x + \frac{3\pi}{4}) = \sqrt{1 + 8\sin 2x \cos^2 2x}$ Đề 25
36. a) $\sin 2(x - \pi) - \sin(3x - \pi) = \sin x$
 b) Tìm a để pt $\sin 2(x - \pi) - \sin(3x - \pi) = a \sin x$ có nghiệm $x \neq k\pi$ Đề 28
37. $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$ Đề 30
38. $\operatorname{tg}^2 2x \operatorname{tg}^2 3x \operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg}^2 2x - \operatorname{tg}^2 3x + \operatorname{tg} 5x$ Đề 34
39. $\begin{cases} \sin^2 x = \cos x \cos y \\ \cos^2 x = \sin x \sin y \end{cases}$ Đề 79
40. Cho hệ: $\begin{cases} \sin^2 x + m \operatorname{tg} y = m \\ \operatorname{tg}^2 y + m \sin x = m \end{cases}$
 a) Giải hệ khi $m = 1$
 b) Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm Đề 87
41. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y + \cotg^2(x + y) = 1$ Đề 99
42. Cho pt : $\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x} = k$
 a) Giải pt khi $k = 2$
 b) Giải và biện luận theo k . Đề 37
43. Tìm t sao cho pt: $\frac{2\sin x + 1}{\sin x + 2} = t$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ Đề 38
44. a) $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \sin 2x$ (1)
 b) Tìm tất cả các giá trị của tham số để pt(1) tương đương với pt sau:
 $m\cos 3x + (4 - 8m)\sin^2 x + (7m - 4)\cos x + (8m - 4) = 0$ Đề 40
45. $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \cos x - \sin x + 4 = 0$
46. $2 + 2\sin x - 2\cos^2 x - \sqrt{2} \sin(x + \pi/4) = 0$
47. Cho pt $\sin x + m \cos x = 1$ (1)
 a) Giải pt khi $m = -\sqrt{3}$
 b) Tìm m để pt (1) vô nghiệm.
 c) Xác định m để pt(!) tương đương với $m \sin x + \cos x = m^2$. Đề 42
48. $\frac{3(\cos 2x + \cot g 2x)}{\cot g 2x - \cos 2x} - 2\sin 2x = 2$ Đề 45

49. $|\cot gx| = \operatorname{tg}x + \frac{1}{\sin x}$ Đề 46
50. $\frac{\cos x(2 \sin x + 3\sqrt{2}) - 2 \cos^2 x - 1}{1 + \sin 2x} = 1$ Đề 47
51. $\sin^2 2x - \cos^2 8x = \sin\left(\frac{17\pi}{2} + 10x\right)$ Đề 48
52. $3\sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4\sin^3 x$ Đề 49
53. $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$ Đề 51
54. $\cos \frac{4}{3}x = \cos^2 x$ Đề 52
55. Giải và biện luận: $\frac{a - b \cos x}{\sin x} = \frac{2\sqrt{a^2 - b^2} \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg}^2 y}$ Đề 44
56. Cho pt $3\cos x + 2|\sin x| = k$
 Giải pt khi $k = 2, k = 3$. Đề 57
57. Tìm số dương a nhỏ nhất thỏa pt: $\cos(\pi(a^2 + 2a - 1/2)) - \sin \pi a^2$ Đề 58
58. $x^2 - 2x \sin xy + 1 = 0$ Đề 60
59. $\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 + \sin 2x} = 2\sqrt{\sin x + \cos x}$ Đề 64
60. Với những giá trị nào của m thì pt sau có nghiệm:
 $\sqrt{1 + 2 \cos x} + \sqrt{1 + 2 \sin x} = m$ Đề 66
61. $2\cos^3 x + \cos 2x + \sin x = 0$ Đề 68
62. $4\cos x - 2\cos 2x - \cos 4x = 1$ Đề 69
63. $3\operatorname{tg} 3x + \operatorname{cotg} 2x = 2\operatorname{tg} x + \frac{2}{\sin 4x}$ Đề 71
64. a) gpt $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = 5 + \sin 3x$
 b) Xác định a để pt sau có nghiệm:
 $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = (a^2 + 4a + 3)(a^2 + 4a + 6) + 7 + \sin 3x$ Đề 74
65. Giải các pt: $\sin^4 x + \cos^4(x + \pi/4) = 1/4$
 $(\operatorname{tg} x + \frac{1}{4} \operatorname{cotg} x)^n = \cos^n x + \sin^n x, n = 2, 3, 4, \dots$ Đề 77
65. a) Các số x, y, z thỏa: $x + y + z = n\pi$
 Chứng minh: $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1 + (-1)^n \cdot 2\cos x \cos y \cos z$
 b) Giải phương trình: $2\log_3 \operatorname{cotg} x = \log_2 \cos x$ Đề 78
66. a) $\cos^4 x - \sin^4 x = |\cos x| + |\sin x|$
 c) Chứng minh rằng tồn tại một tam giác mà số đo các góc của nó nghiệm đúng
 phương trình: $(56 - 65\sin x)(80 - 64\sin x - 65\cos^2 x)$ Đề 80
67. $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2\cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2})$ Đề 81
68. Xác định tham số m sao cho phương trình sau có 7 nghiệm khác nhau thuộc
 khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 2\pi)$ Đề

- b) $(\sin^3 \frac{x}{2} + 1/\sin^3 \frac{x}{2})^2 + (\cos^3 \frac{x}{2} + 1/\cos^3 \frac{x}{2})^2 = \frac{81}{4} \cos^4 4x$ **Đề 83**
70. $|\cos x + 2 \sin x - \cos 3x| = 1 + 2 \sin x - \cos 2x$ **Đề 86**
71. Cho phương trình $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 3 - 4\cos^2 x$
 a. Giải pt khi $m = 1$.
 b. Tìm m để pt có đúng hai nghiệm thuộc $[0; \pi]$ **đề 89.**
72. $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \sqrt{3}$ **90**
73. $6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{5 \sin 4x \cos x}{2 \cos 2x}$ **93**
74. $\sin 4x \cos 16x = 1$ **Đề 91**
75. Giải và biện luận pt: $(m-1)\sin^2 x - 2(m+1)\cos x + 2m - 1 = 0$ **đề 95**
76. a) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất: $y = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}$
 b) Tìm m để pt $\sin 4x = m \tan x$ có nghiệm khác $k\pi$ **Đề 96**
77. Cho pt: $6\tan x + \operatorname{acotg} 3x = \tan 2x$
 a) Gpt với $a = 0$
 b) Gpt với $a = 5$ **Đề 97**
78. $\tan^2 x = \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sin^3 x}$ **Đề 100**
79. 1) Các độ dài cạnh của tam giác ABC lập thành một cấp số nhân. chứng minh rằng tam giác đó không thể có hai góc lớn hơn 60° .
 2) Gpt: $2(\tan x - \sin x) + 3(\cot x - \cos x) + 5 = 0$ **Đề 106**
80. $\sqrt{\sin x \cos x}$. 1) Gpt: $\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 2} = 2\sin x - 1$
 2) Tam giác ABC có các góc A, B, C theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội bằng 2. Chứng minh $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. **Đề 107**
81. Gpt: $\frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\cos x} = 4\sin x$ **Đề 108**
82. Gpt: $\frac{\sin^{10} x + \cos^{10} x}{4} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{4\cos^2 2x + \sin^2 2x}$ **Đề 109**
83. Giải các pt: 1) $\frac{1 - \cos 4x}{2 \sin 2x} = \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x}$
 2) $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin x - \cos x$ **Đề 110**
84. Gpt: $\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 - \sin 2x} = 2\sqrt{\sin x - \cos x}$ **Đề 111**
85. $6\sin x - 2\cos^3 x = 5\sin 2x \cos x$ **Đề 112**
86. $\sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x) = 2$ **Đề 113**
87. Cho pt $(4 - 6m)\sin^3 x + 3(2m - 1)\sin x + 2(m - 2)\sin^2 x \cos x - (4m - 3)\cos x = 0$
 1) Gpt khi $m = 2$
 2) Tìm m để pt có đúng một nghiệm thuộc $[0; \frac{\pi}{4}]$ **Đ114**
88. Cho pt: $2\cos x \cos 2x \cos 3x + m = 7\cos 2x$
 1) Giải pt khi $m = -7$

- 2) Xác định m để pt có nhiều hơn một nghiệm thuộc $[-\frac{3\pi}{8}; -\frac{\pi}{8}]$ **Đề 115**
89. Tìm a, b để hai pt sau tương đương:
 $a\sin 2x + \sqrt{2} = 2\cos x + a\sqrt{2}\sin x$
 $2\sin^2 x + \cos 2x + \sin 2x + b = 2b\sin x + \cos x + 1$ **Đề 117**
90. Giải và biện luận theo a pt: $\frac{a^2}{1-\tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ **Đề 124**
91. Gpt: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2 + \cos 2x} + \sqrt{3}\sin 2x$ **Đề 127**
92. Giải và biện luận: $\cos ax + \cos 2bx - \cos(a+2b)x = 1$ **Đề 129**
93. Giải pt: $\sin^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 3x = \sin x \sin^2 3x$ **Đề 131**

**CÁC PHƯƠNG TRÌNH LG
 TRONG CÁC ĐỀ THI TS VÀO ĐH VÀ CĐ TỪ 2002**

94. D2002. Tìm x thuộc đoạn $[0; 14]$ nghiệm đúng phương trình:
 $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$
95. B2002. Giải phương trình $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$
96. A2002. Tìm nghiệm thuộc đoạn $(0; 2\pi)$ của phương trình:
 $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + \sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$
97. D2003. Giải phương trình $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$
98. B2003. Giải phương trình $\cot x - \tan x + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$
99. A2003. Tìm nghiệm thuộc đoạn $(0; 2\pi)$ của phương trình:
 $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x$
100. D2004. Giải phương trình $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$
101. B2004. Giải phương trình $5\sin x - 2 = 3(1 - \sin x)\tan^2 x$
102. D2005. Giải phương trình $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$
103. B2005. Giải phương trình $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$
104. A2005. Tìm nghiệm thuộc đoạn $(0; 2\pi)$ của phương trình:
 $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$
105. D2005 - TK1. Giải phương trình $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$
106. D2005 - TK2. Giải phương trình $\sin 2x + \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 2 = 0$
107. B2005 - TK1. Giải phương trình $2\sqrt{2}\cos^3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos x - \sin x = 0$

108. B2005 - TK2. Giải phương trình $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3\operatorname{tg}^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$

109. A2005 - TK1. Giải phương trình $4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3}\cos 2x = 1 + 2\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$

110. A2005 - TK2. Giải phương trình $2\sqrt{2}\cos^3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos x - \sin x = 0$

111. A2006. Giải phương trình $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$

112. B2006. Giải phương trình $\operatorname{ctg} x + \sin x \left(1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = 0$

113. D2006. Giải phương trình $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

114. A2006 - TK1. Giải phương trình: $\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}$

115. A2006 - TK2. Giải phương trình: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$

116. B2006 - TK1. Giải phương trình: $(2\sin^2 x - 1)\operatorname{tg}^2 2x + 3(2\cos^2 x - 1) = 0$

117. B2006 - TK2. Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

118. D2006 - TK1. Giải phương trình: $\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$

119. D2006 - TK2. Giải phương trình: $4\sin^3 x + 4\sin^2 x + 3\sin 2x + 6\cos x = 0$

120. A2007. Giải phương trình: $(1 + \sin^2 x)\cos x + (1 + \cos^2 x)\sin x = 1 + \sin 2x$

121. B2007. 1. Giải phương trình: $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$

122. D2007. Giải phương trình: $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$

123. A2007 - TK1. Giải phương trình: $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2\operatorname{cotg} 2x$

124. A2007 - TK2. Giải phương trình:

$$2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3}\cos x)$$

125. B2007 - TK1. Giải phương trình: $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x$

126. B2007 - TK2. Giải phương trình: $\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos \frac{3x}{2}$

127. D2007 - TK1. Giải phương trình: $2\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\cos x = 1$

